



Samedi 6 avril 2024

**OPTION : PHYSIQUE**  
*MP - MPI - PC - PSI - PT - TSI*

DURÉE : 2 HEURES

**Conditions particulières :**  
Calculatrice et documents interdits

# Expérience de Rüchardt

- Calculatrices interdites.
- Les différentes parties sont indépendantes.

Ce sujet propose une étude de l'expérience de Rüchardt. Elle consiste à placer un gaz dans un récipient étanche muni d'un tube (figure 1). On ferme le tout par un piston qui peut librement coulisser dans le tube. Le diamètre du piston est du mieux possible égal à celui du tube, ce qui assure une étanchéité (pas de fuite de gaz).

Sous l'action de son poids, le piston commence à descendre. Ceci fait augmenter la pression dans le récipient, ce qui finit par arrêter la descente du piston, et par le faire remonter. Il s'en suit une série d'oscillations, comme on peut le voir sur la figure 2.

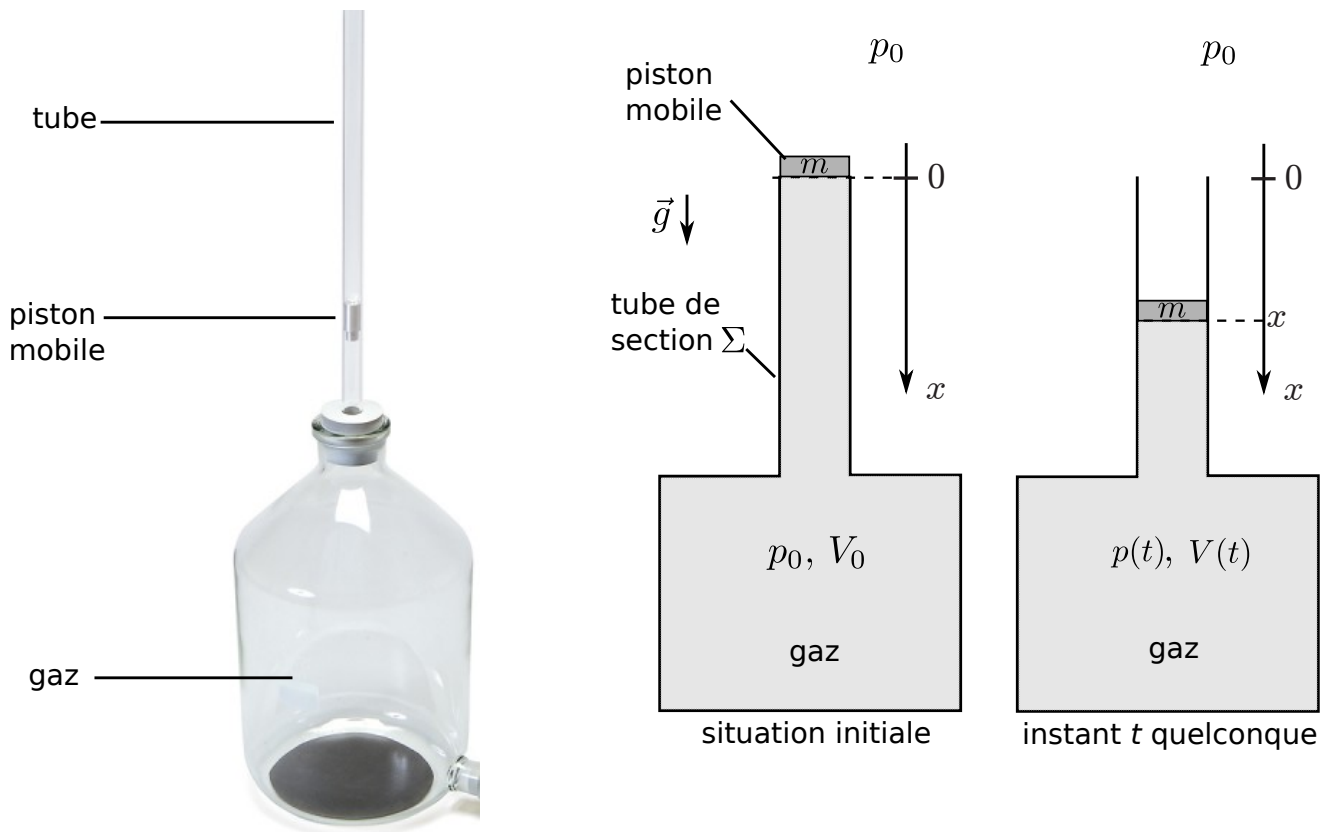


Figure 1 : photographie et schéma de l'expérience.

Proposée par Rüchardt en 1929, perfectionnée à plusieurs reprises, cette expérience et ses variantes ont permis des mesures extrêmement précises du coefficient adiabatique  $\gamma = C_p/C_V$  de divers gaz.

# I Détermination de la période des oscillations

On utilise les notations de la figure 1. En particulier :

- $V_0$  est le volume initial de l'ensemble du gaz (récipient + partie dans le tube sous le piston).  
 $V(t)$  est le volume de ce même gaz, mais à un instant  $t$  quelconque. La pression du gaz est notée  $p(t)$  et sa température  $T(t)$ .
  - La pression atmosphérique est  $p_0$ . C'est aussi la pression dans le récipient à l'instant initial.
  - La section du tube est notée  $\Sigma$ .
  - La masse du piston est  $m$  et l'intensité de la pesanteur est  $g$ .
  - $\vec{e}_x$  est un vecteur unitaire descendant.
- 1** - La loi de Laplace pour le gaz s'écrit  $p(t) \times V(t)^\gamma = p_0 V_0^\gamma$ , avec  $\gamma = C_p/C_V$  l'exposant adiabatique du gaz. On suppose dans toute cette partie I que cette loi s'applique.  
Rappeler les hypothèses nécessaires pour que la loi de Laplace s'applique.
- 2** - Établir une relation entre le volume  $V(t)$ ,  $V_0$ , la section  $\Sigma$  et l'abscisse  $x$  du piston (telle que définie sur la figure 1).
- 3** - On admet que la résultante des forces de pression qui s'exercent sur le piston s'écrit :

$$\vec{F} = p_0 \Sigma \vec{e}_x - p(t) \Sigma \vec{e}_x.$$

En utilisant la loi de Laplace et un développement limité valable pour  $\Sigma x/V_0 \ll 1$ , montrer que la résultante des forces de pression qui s'exercent sur le piston se met sous la forme :

$$\vec{F} = -\gamma k x \vec{e}_x, \quad (1)$$

avec  $k$  une constante à exprimer en fonction des données du problème.

Le candidat pourra admettre cette relation (1) pour poursuivre.

## I.1 Méthode de Rüchardt

- 4** - En plus de  $\vec{F}$ , la seule autre force prise en compte comme agissant sur le piston est la force de pesanteur.  
À l'aide d'une étude mécanique, établir une équation différentielle portant sur  $x(t)$ .
- 5** - L'écrire sous une forme canonique en faisant intervenir la pulsation propre  $\omega_0$ . Donner l'expression de  $\omega_0$  en fonction de  $k$ ,  $\gamma$  et  $m$ .
- 6** - Établir l'expression de la solution  $x(t)$  de cette équation différentielle, en fonction de  $\omega_0$ ,  $t$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $\gamma$ ,  $k$ , ainsi que de deux constantes  $A$  et  $B$  qu'on ne cherchera pas à déterminer.
- 7** - Pour l'expérience considérée ici,  $m/k = 4,01 \times 10^{-2} \text{ s}^2$ . Le récipient étant rempli d'air, on mesure une période des oscillations  $T_0 = 1,08 \text{ s}$ . Exprimer  $\gamma$  en fonction de  $m/k$  et de  $T_0$ .

Pour information, l'application numérique donne  $\gamma = 1,36$ , et la valeur théorique est 1,4.

## I.2 Méthode de Rinkel

Une seconde méthode, exploitée par Rinkel en 1929, consiste à mesurer la distance maximale  $L$  parcourue par le piston avant qu'il ne remonte pour la première fois. Le piston est lâché en  $x = 0$  sans vitesse initiale.

On utilise ici une méthode énergétique afin de déterminer l'expression de  $L$ .

- 8 - Donner, en faisant intervenir les grandeurs  $m$ ,  $g$ ,  $x$  et  $\dot{x}$ , les expressions de l'énergie cinétique  $E_c$  du piston et de son énergie potentielle de pesanteur  $E_{p,pes}$ .
- 9 - Donner (sans démonstration) l'expression de l'énergie potentielle associée à la force  $\vec{F} = -\gamma k x \vec{e}_x$ . On pourra raisonner par analogie avec l'énergie potentielle élastique associée à la force de rappel d'un ressort.
- 10 - En utilisant ce qui précède, déterminer l'expression de la distance  $L$  en fonction de  $g$ ,  $k$ ,  $\gamma$  et  $m$ .

## II Étude mécanique avec frottements

Un pointage vidéo réalisé sur une expérience est montré sur la figure 2. L'amortissement de la courbe  $x(t)$  montre qu'il y a présence de dissipation (frottements solides ou fluides, échanges thermiques entre le gaz et le récipient, non uniformité de la pression, amortissement d'ondes acoustiques...). L'objectif de cette partie est de modéliser cette courbe, sans chercher à comprendre le détail du processus de dissipation.

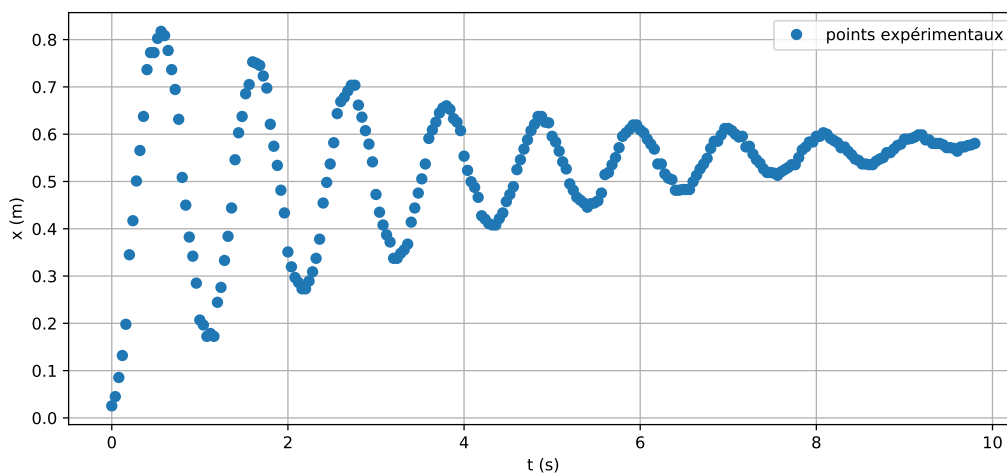


Figure 2 : données issues d'un pointage vidéo. L'échelle des  $x$  est approximative, celle des  $t$  est précise.

Nous supposons que l'équation du mouvement du piston s'écrit sous la forme suivante, et nous allons tester si ceci permet une description correcte de l'enregistrement  $x(t)$  :

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x} + \omega_0^2 x = g. \quad (2)$$

La pulsation propre de ce système est  $\omega_0$ , son expression théorique reste la même que précédemment. Le facteur de qualité  $Q$  traduit la présence plus ou moins forte de dissipation. Le second membre  $g$  est constant.

- 11 - En vous aidant de la figure 2, et sans faire de calculs, donner en justifiant une valeur approchée de  $Q$ .

Comment se nomme le type de régime dans lequel se trouve le système ?